

Cálculo 2

Sequências Numéricas

SEQUÊNCIAS

Na linguagem do dia-a-dia, o termo sequência significa uma sucessão de coisas em uma ordem determinada (cronológica, de tamanho, ou lógica).

Ex. dias da semana, meses do ano, figuras semelhantes.

Em Matemática, sequência é usada para denotar uma sucessão de números cuja ordem é determinada por uma lei ou função (cujo domínio é o conjunto dos números naturais).

Ex. conjunto dos números pares, dos múltiplos de 7.

SEQUÊNCIAS

As sequências numéricas podem ser:

Finita

a) A sequência dos quatro primeiros números naturais múltiplos de 5:

$(0, 5, 10, 15)$

(a_1, a_2, a_3, a_4)

b) A sequência dos números de dias dos 12 meses de um ano bissexto:

$(31, 29, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31)$

$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12})$

SEQUÊNCIAS

Infinita

a) A sequência dos números naturais ímpares:

(1, 3, 5, 7, 9, 11, ...)

($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \dots, a_n, \dots$)

b) A sequência dos números quadrados perfeitos:

(1, 4, 9, 16, 25, 36, ...)

SEQUÊNCIAS

Sequência ou Progressão Aritmética (PA)

a) (2, 7, 12, 17, ...)

$$7 - 2 = 5; \quad 12 - 7 = 5; \quad 17 - 12 = 5; \dots$$

ou

$$a_2 = 7 = 2 + 5; \quad a_3 = 12 = 7 + 5; \quad a_4 = 17 = 12 + 5; \dots$$

Crescente

b) (20, 10, 0, -10, -20, ...)

$$10 - 20 = -10; \quad 0 - 10 = -10; \dots$$

ou

$$a_2 = 10 = 20 + (-10); \quad a_3 = 0 = 10 + (-10);$$

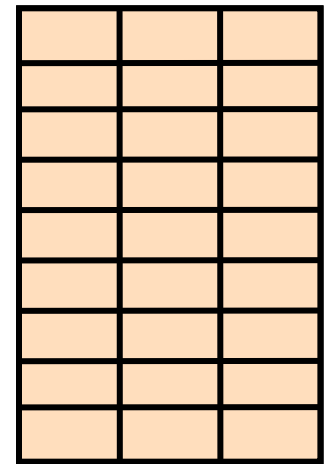
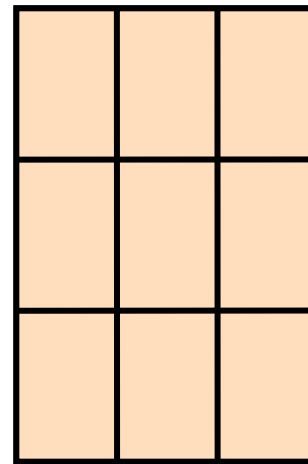
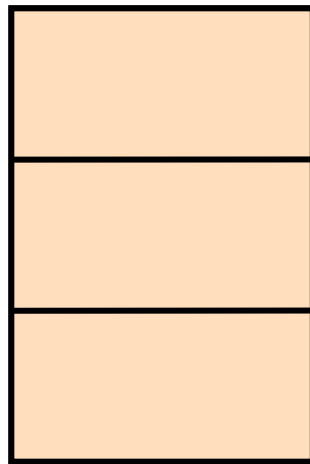
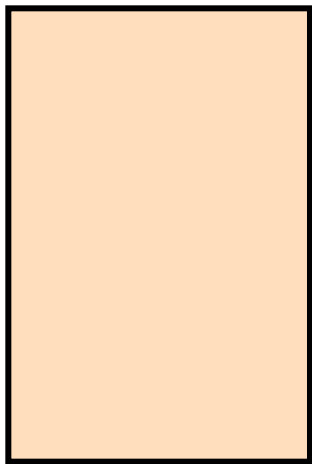
$$a_4 = -10 = 0 + (-10); \dots$$

Decrescente

SEQUÊNCIAS

Sequência ou Progressão Geométrica (PG)

a) Dividir um pedaço de papel sempre em 3 partes iguais. Repetir esse processo 4 vezes.



(1, 3, 9, 27)
(a_1, a_2, a_3, a_4)

Crescente

$$\frac{3}{1} = \frac{9}{3} = \frac{27}{9} = 3$$

SEQUÊNCIAS

Na sequência (1, 3, 9, 27) podemos ainda notar que:

$$a_2 = 3 = 1 \cdot 3; \quad a_3 = 9 = 3 \cdot 3; \quad a_4 = 27 = 9 \cdot 3$$

b) (512, 128, 32, 8, 2, ...)

$$\frac{128}{512} = \frac{32}{128} = \frac{8}{32} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$128 = 512 \cdot \frac{1}{4}; \quad 32 = 128 \cdot \frac{1}{4}; \dots$$

Decrescente

SEQUÊNCIAS

Sequência formada por uma lei ou função

$$a_n = (-1)^{n+1} \bullet \frac{n}{n+1}$$

$$\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots \right)$$

SEQUÊNCIAS

Convergência

- Dizemos que uma sequência $\{a_n\}$ tem limite L , ou converge para L , se o limite
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$ existe
- Se $L = \infty$ ou não exista o limite, dizemos que a sequência diverge.

Exemplos

- 1. $a_n = 1 + \frac{1}{n}$
- 2. $a_n = \frac{1}{4}n^2 - 1$
- 3. $a_n = (-1)^n$
- 4. $a_n = \frac{5n}{e^{2n}}$
- 5. $a_n = r^n$