

Cálculo Numérico

Prof. Helber Almeida

Integração Numérica

Aula - 13

Como resolver integrais numericamente?

- Integrais do tipo $\int e^{x^2} dx$, $\int \cos(x^2) dx$ ou $\int \sin(x^2) dx$ não são resolvidas pelos métodos de integração estudados no Cálculo 1.
- Ainda, existem aquelas integrais que, mesmo sendo possíveis encontrar seu resultado, o processo é bem complexo.
- Por exemplo, $\int e^x \cos(x) dx$.

Séries de Potências

- As séries de potências, em especial as de Taylor e de MacLauren ajudam a aproximar o resultado de integrais definidas do tipo:

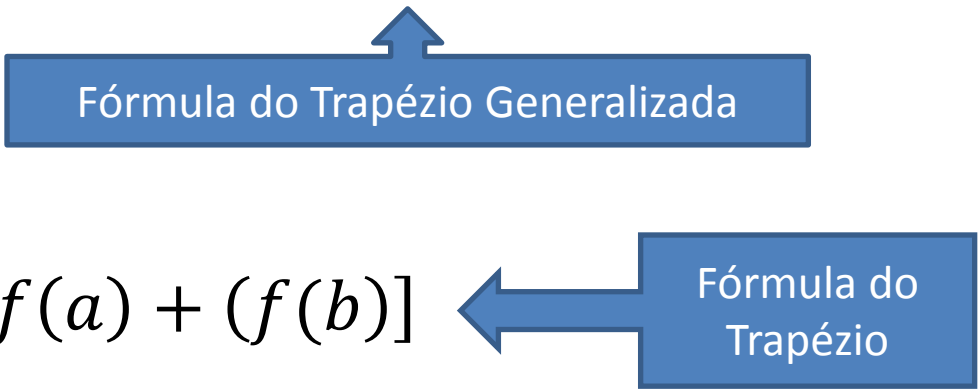
- $\int_0^3 e^{x^2} dx$



Lembram como isso
é feito?

Método dos Trapézios

- **Teorema:** Seja f uma função contínua num intervalo fechado $[a, b]$. Suponhamos que o intervalo pode ser dividido em N subintervalos de tamanho $h = \frac{b-a}{N}$, de tal forma que:
- $a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b$. Então,
- $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + 2(f(x_1) + \dots + f(x_{N-1}) + f(x_N))]$



Fórmula do Trapézio Generalizada

- $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} [f(a) + f(b)]$

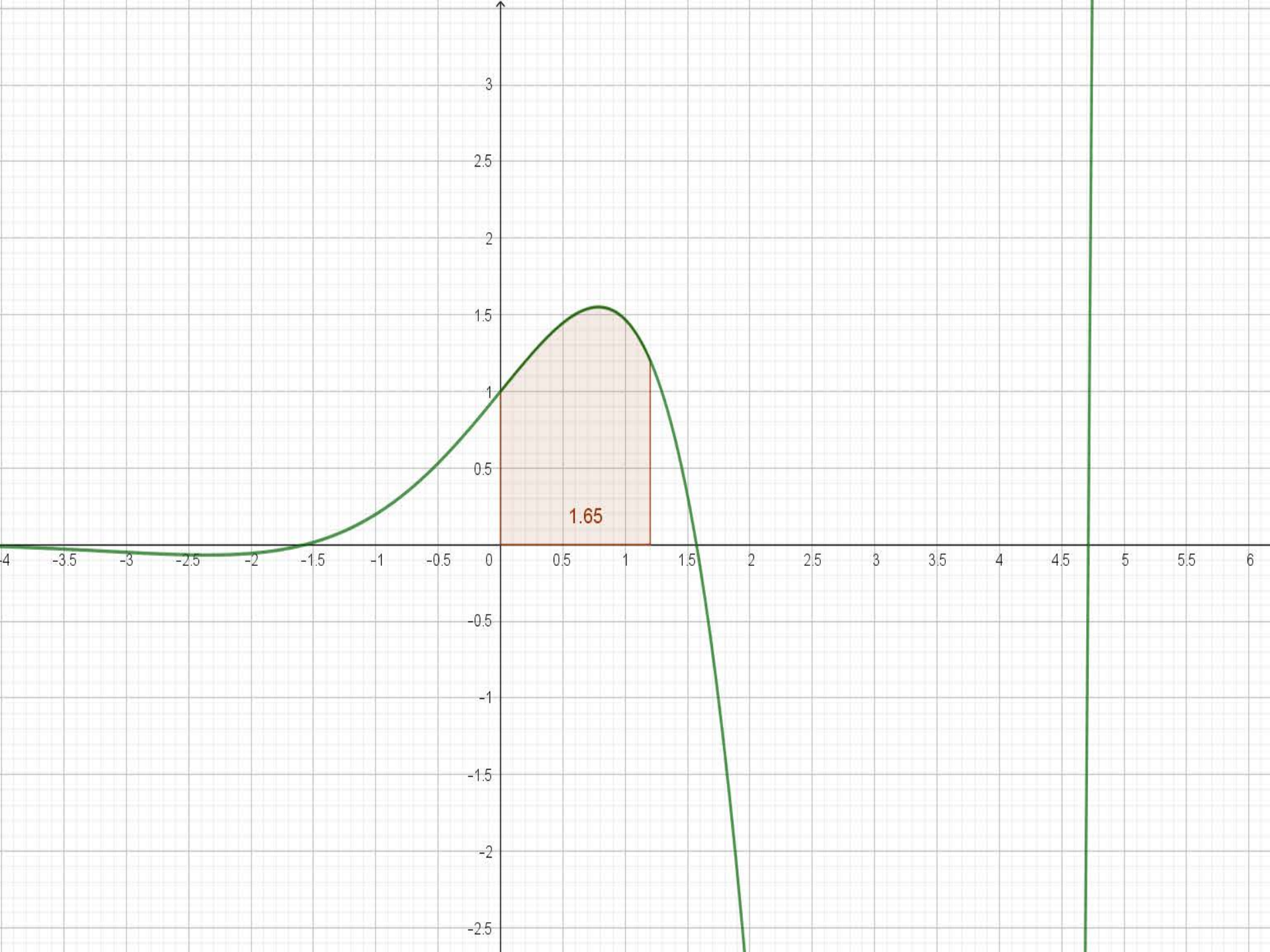
Fórmula do
Trapézio

Exemplo

- Usando a regra do trapézio para $N = 6$, aproxime o valor da integral:
- $\int_0^{1.2} e^x \cos(x) dx$

Solução

- Primeiramente, perceba que $h = 0.2$ e, neste caso:
- $x_0 = 0, x_1 = 0.2, x_2 = 0.4, x_3 = 0.6, x_4 = 0.8, x_5 = 1.0$ e $x_6 = 1.2$
- $f(x) = e^x \cos(x)$, logo:
- $\int_0^{1.2} e^x \cos(x) dx = 1.639$



Métodos de Simpson

- Suponha que o intervalo $[a, b]$ no caso da regra do trapézio seja dividido em $2N$ subintervalos. Neste caso:

- $$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} \left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + \cdots + 4f(x_{2N-1}) + f(x_{2N}) \right]$$

- Se $N = 1$

- $$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

Exemplo

- Usando a regra de Simpson para $N = 3$, aproxime o valor da integral:
- $\int_0^{1.2} e^x \cos(x) dx$
- $\int_0^{1.2} e^x \cos(x) dx = 1,6484$

Como ficaria as fórmulas se:

- Os intervalos fossem divididos em $3N$ subintervalos?
- Os intervalos fossem divididos em $4N$ subintervalos?