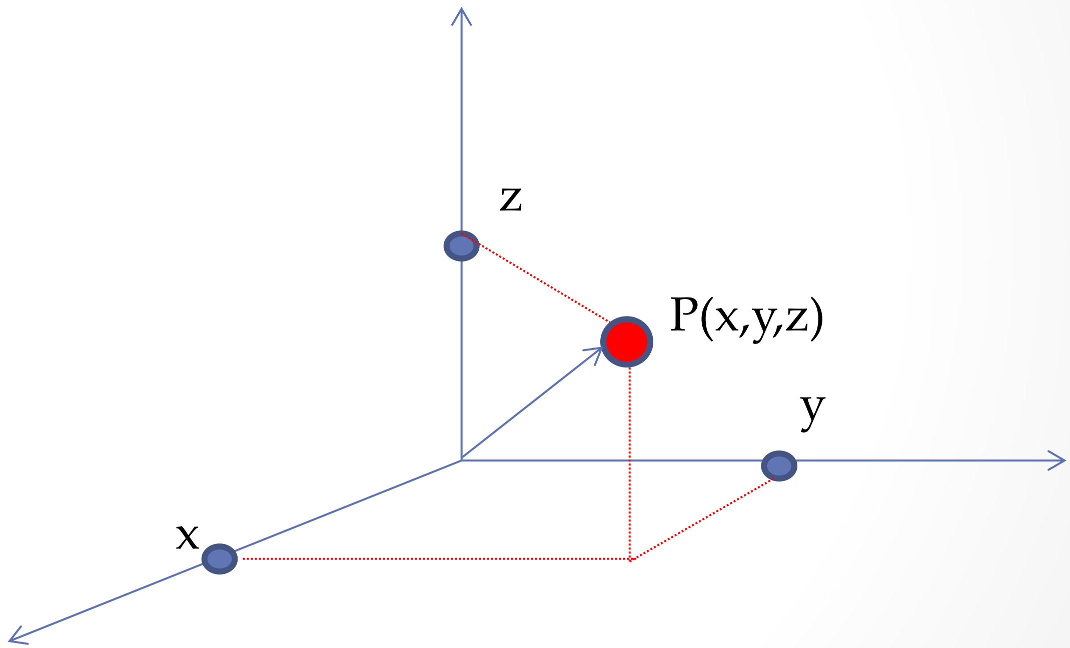
Geometria Analítica e Álgebra Linear

Prof. Helber Almeida

Vetores no Espaço

- Pontos no Espaço
- Vetor $\overrightarrow{OP}$



As operações entre vetores no espaço são as mesmas do plano

- Exemplo: Dados os pontos A(0, 1, -1) e B(1, 2, -1) e os vetores $\vec{u} = (-2, -1, 1)$, $\vec{v} = (3, 0, -1)$ e $\vec{w} = (-2, 2, 2)$.
- a) Calcule $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$
- b) Encontre $\vec{u}.\vec{v} - \vec{u}.\vec{w}$
- c) Encontre o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
- d) Existem números *a*, *b* e *c* tais que
- $\vec{w} = a\,\overrightarrow{AB} + b\vec{u} + c\vec{v}$?

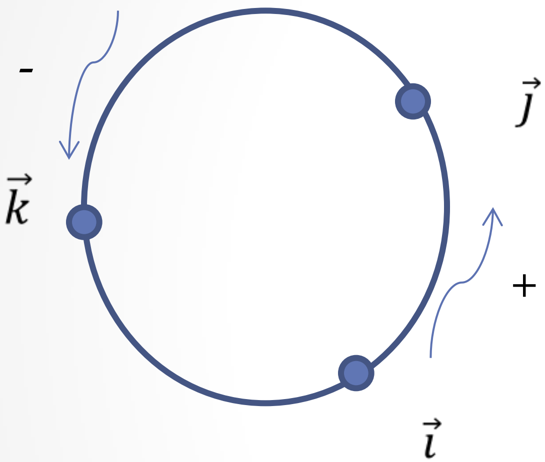
- Dados os pontos A(3, -2, 4), B(5,1,-3) e C(0,1,2), encontre um ponto D, de forma que ABCD forme o paralelogramo abaixo

Produto Vetorial

- Chama-se produto vetorial de dois vetores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ o vetor
- $\vec{u}\, X\, \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$
- Exemplo: Calcule o produto vetorial entre os vetores
- a) $\vec{u} = (2{,}0, -3\ )$ e $\vec{v} = (4, -1{,}3)$
- b) $\vec{u} = 5\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{v} = \vec{i} + \vec{k}$

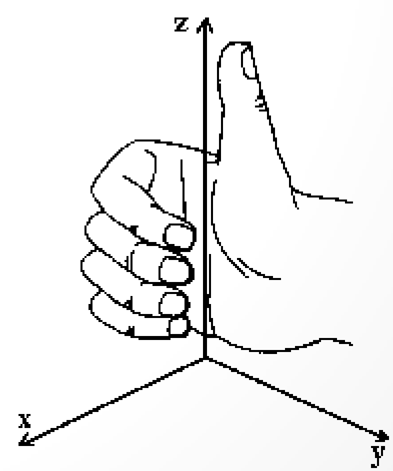
Observações

- 3. vetores i, j, k.

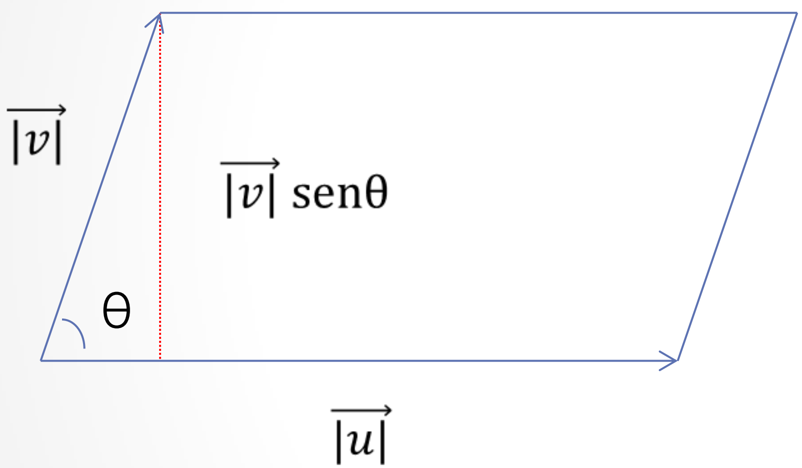


- Ângulo entre vetores
- $sen\theta = \frac{\vec{u}\ X\ \vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}$

- 1. O vetor $\vec{u}\ X\ \vec{v}$ é simultaneamente ortogonal a $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
- 2. O sentido de $\vec{u}\ X\ \vec{v}$ (regra da mão direita).



Interpretação geométrica do produto vetorial



- A = $|\vec{u}\ X\ \vec{v}|$

- Considere dois vetores $\vec{u}\ e\ \vec{v}$ formando um ângulo θ e considere também o paralelogramo formado por esses vetores.
- A área de um paralelogramo é dado pelo produto "da base" pela "altura".'

Exemplos

- 1. Dados os vetores $\vec{u} = (1, -1, 1), \vec{v} = (2, -3, 4)$, calcular:
- a) a área do paralelogramo formado por eles;
- b) A altura do paralelogramo relativa à base definida por $\vec{u}$.

- 2. Sejam $\vec{u}$ = (1, -1, -4) e $\vec{v}$ = (3, 2, -2). Determinar um vetor que seja:
- a) Ortogonal a $\vec{u}$ e $\vec{v}$.
- b) Ortogonal a $\vec{u}$ e $\vec{v}$ e unitário.
- c) Ortogonal a $\vec{u}$ e $\vec{v}$ e tenha módulo 4.

Produto Misto

- Chama-se produto misto de três vetores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ e $\vec{w} = (x_3, y_3, z_3)$ o número real
- $\vec{u}.\,(\vec{v}\ X\ \vec{w})$ ou $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$
- $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$

- Exemplo: Sejam $\vec{u}$ = (2, -1, 1), $\vec{v}$ = (1, 0,-1) e $\vec{w}$ = (2, -1,4). Encontre $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

- Observação: se $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ = 0, então os vetores são coplanares.