

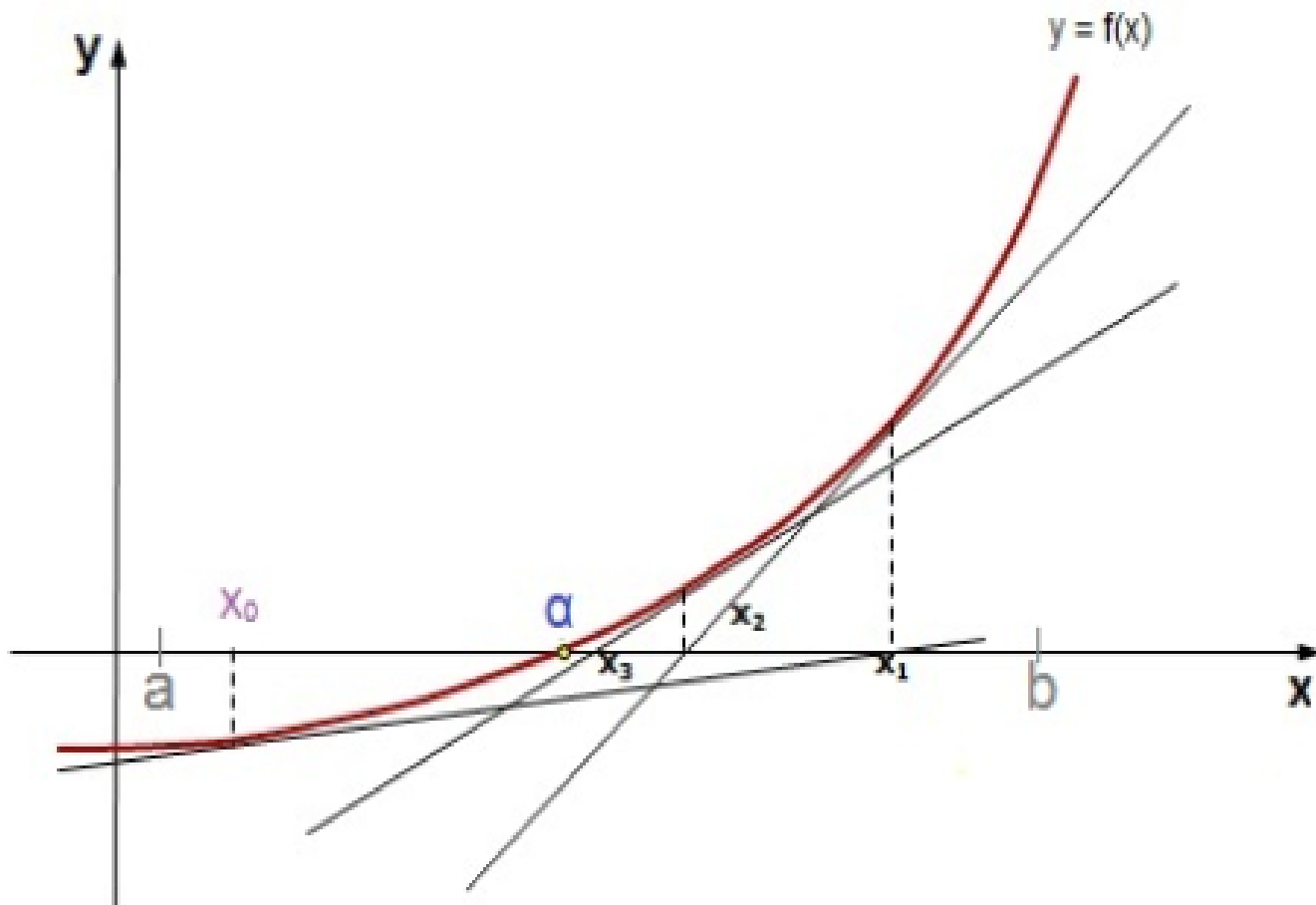
Cálculo Numérico

Prof. Helber Almeida

Método das tangentes (Newton-Raphson)

Aula - 05

Método das tangentes



Método

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

- Teste de parada:

$$|x_{k+1} - x_k| \leq \epsilon, \quad \left| \frac{x_{k+1} - x_k}{x_{k+1}} \right| \leq \epsilon \text{ e } |f(x_k)| \leq \epsilon,$$

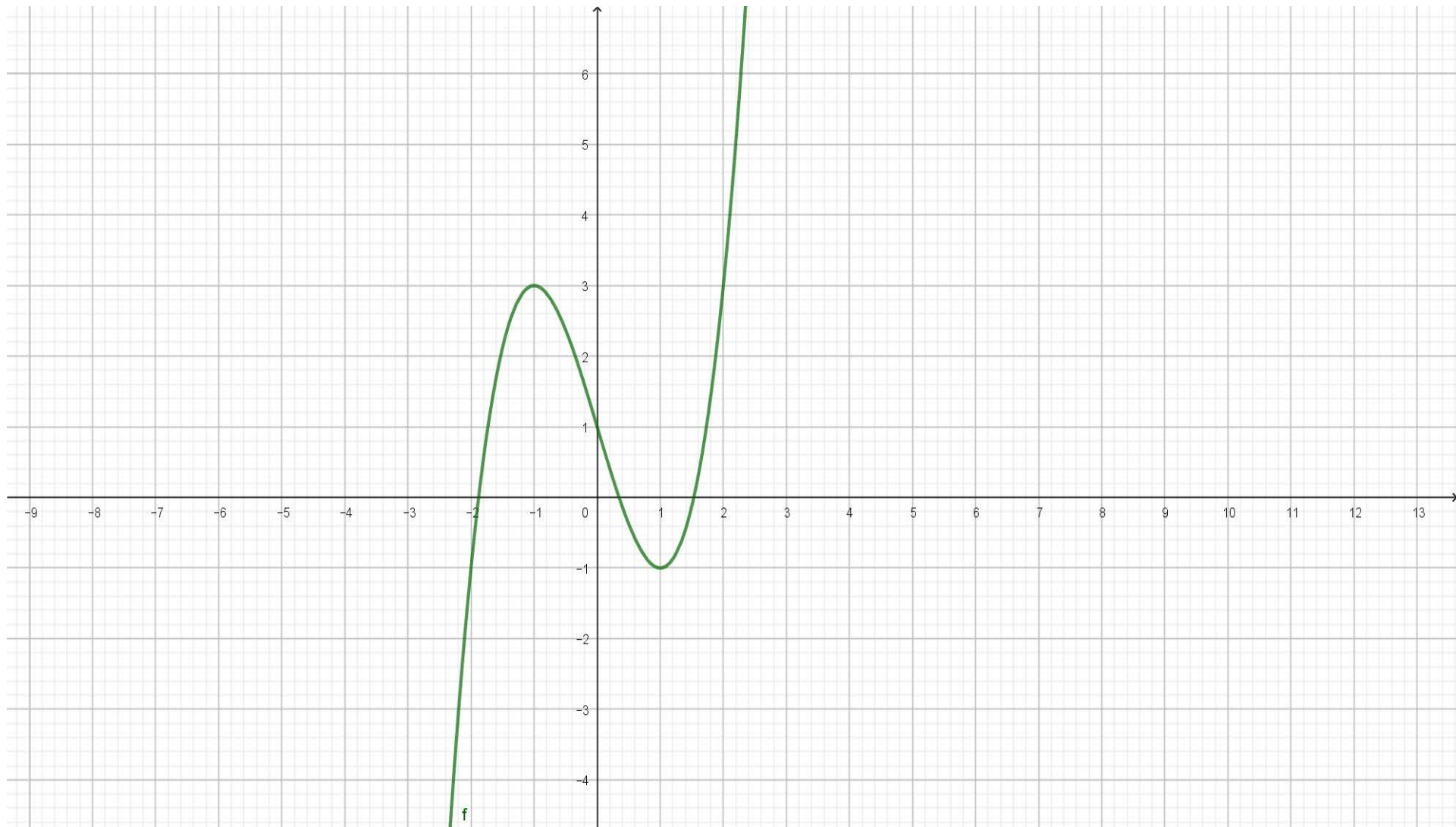
Resumo

Em resumo, o método de Newton obedece os seguintes passos:

- 1º passo: Define-se a função $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$;
- 2º passo: Escolhe-se um valor qualquer x_0 para x (dentro do intervalo);
- 3º passo: Calcula-se a raiz x_1 fazendo $x_1 = g(x_0)$;
- 4º passo: Faz-se o teste de parada.

Caso o teste de parada não seja satisfeito, repete-se os passos 2,3 e 4.

Exemplo: Encontre uma raiz do polinômio $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

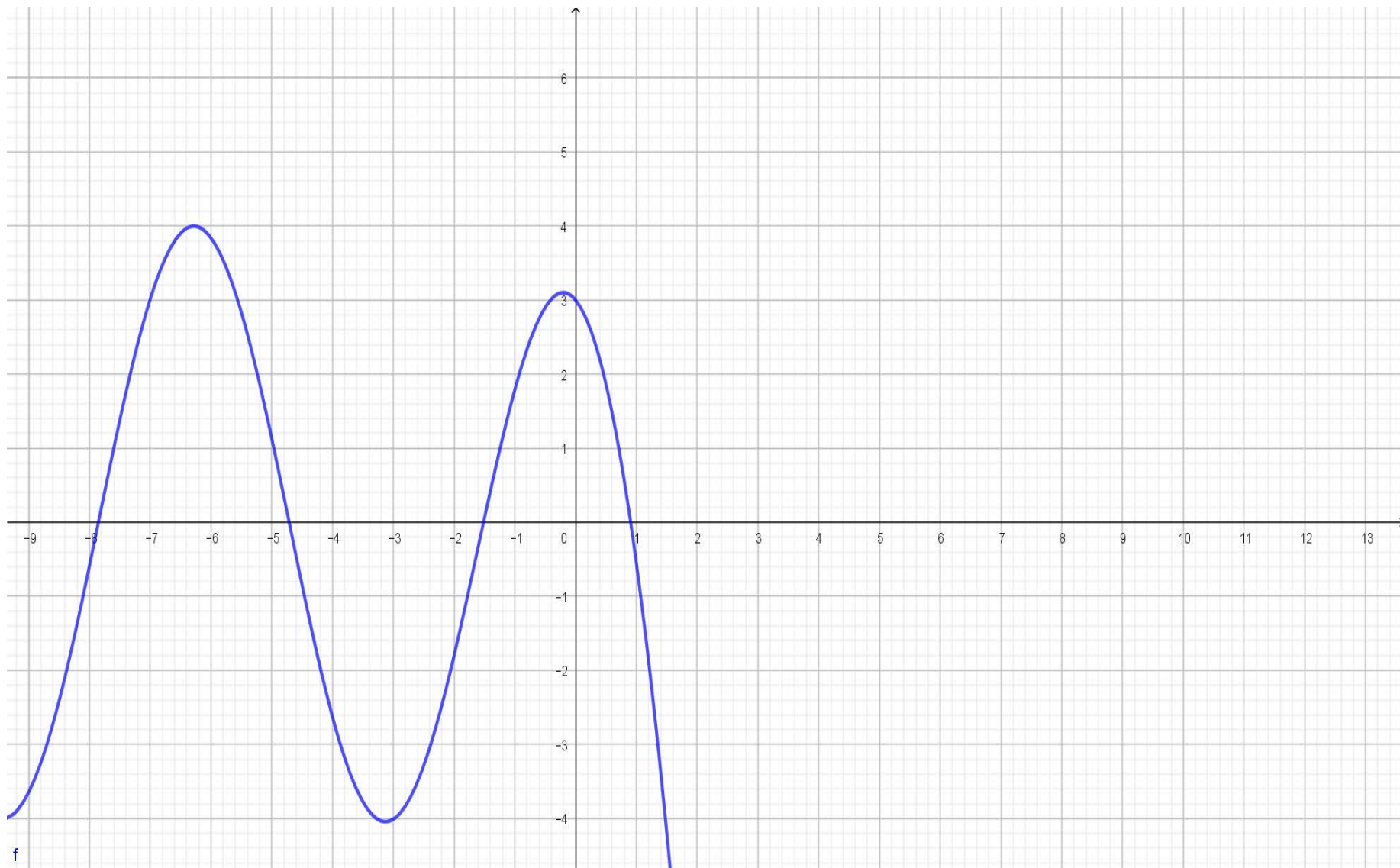


Vamos trabalhar com o intervalo $[0, 1]$.

- Defina $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} = x - \frac{x^3 - 3x + 1}{3x^2 - 3}$.
- Escolha $x = 0,25$ e a tolerância 0.001

x_k	x_{k+1}	$ (x_{k+1} - x_k)/x_{k+1} $
0,25	0,34444	0,2742
0,34444	0,34720	0,00795
0,34720	0,34729	0,00026

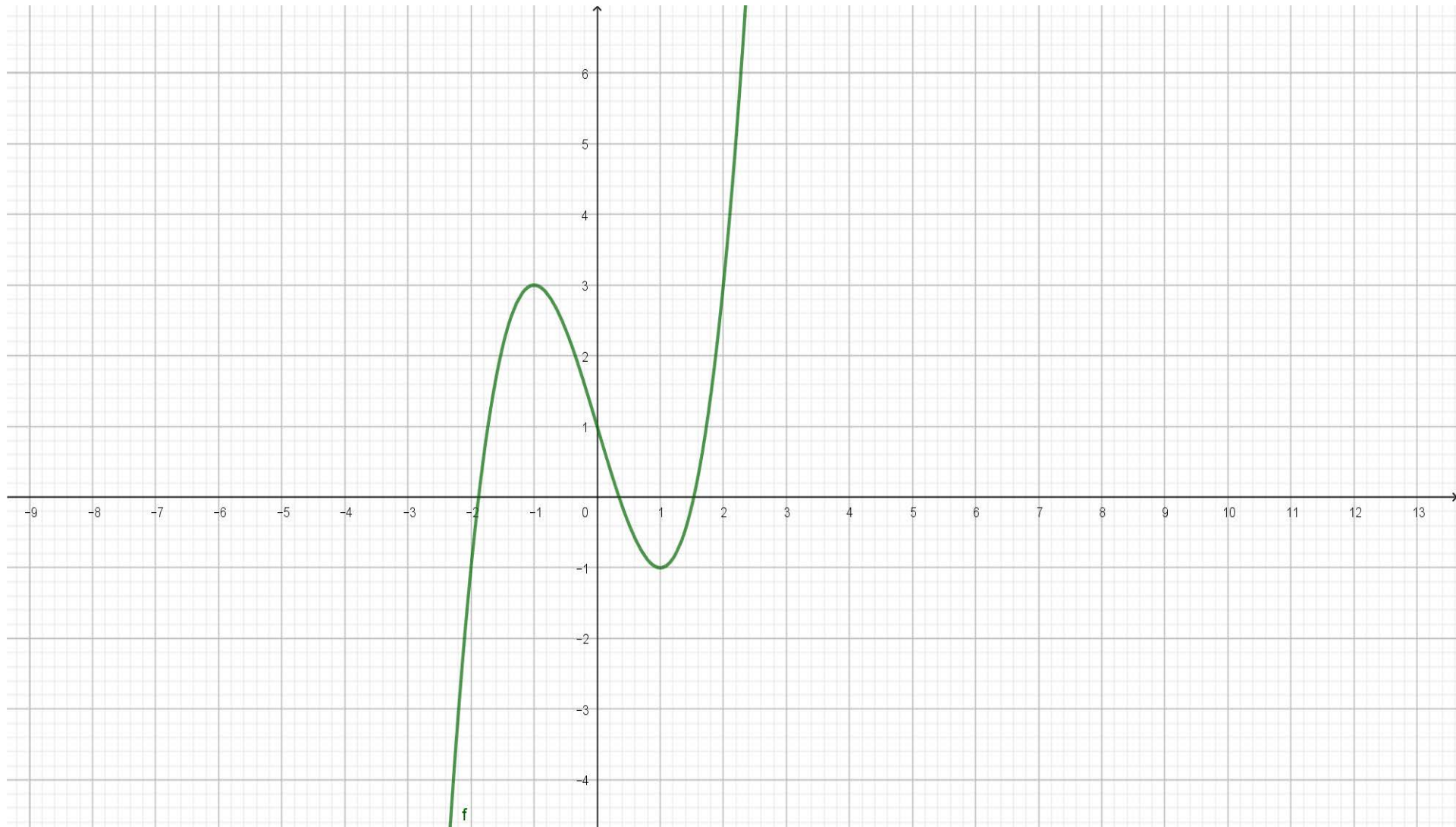
Exemplo 2: $f(x) = 4\cos x - e^x$ no intervalo $[0,1]$



Método das secantes

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}, \quad k = 1, 2, \dots$$

Exemplo 1: $f(x) = x^3 - 3x + 1$



Processo:

Intervalo $[0, 1]$ para $x_0 = 0,1$ e $x_1 = 0,8$

x_{k-1}	x_k	x_{k+1}	teste
0,1	0,8	0,4088	0,95695
0,8	0,4088	0,3234	0,2641
0,4088	0,3234	0,3479	0,0704
0,3234	0,3479	0,3473	0,0017

Exercício

- Use o método das secantes para encontrar a raiz positiva de $f(x) = 5e^{-x} - \sqrt{x}$, com tolerância inferior a 0,01.
- Use os valores 1,4 e 1,5 como valores iniciais.

